



KĄCIK ZADAŃ

Odgłosy z jaskini (3)

Adam Smólski

I Społeczne LO w Warszawie

Tego lata znowu pojeździłem trochę na rowerze, w terenie przeważnie górzystym. Cóż poradzę, że wciąż przychodzą mi do głowy zadanka związane z tym zajęciem. Do „Lwiątką” już się nie nadają, byłoby to już nudne, tylko rower i rower. Ale tutaj chciałbym jeszcze jeden problemik poddać pod Państwa rozwagę.

Chodzi o jazdę pod górę. Czy korzystniej jest jechać bardziej, czy mniej stromo, zakładając, że mamy wjechać na określoną wysokość h ? Możemy podejść do sprawy „energetycznie”, jak w zadaniu 15 dla klasy 3 gimnazjum „Lwiątką” 2006:

15. Zamierzamy wjechać rowerem na wzniesienie. Możemy wybrać podjazd bardziej lub mniej stromy. W którym przypadku wykonamy większą pracę? Rower nie ma przerzutki i w obu przypadkach naciskamy na pedały taką samą siłą, a opór powietrza rośnie z prędkością roweru.

- A. Bardziej stromo.
- B. Mniej stromo.
- C. Praca będzie taka sama, tylko moc inna.
- D. Odpowiedź zależy od tego, jak wysokie jest wzniesienie.
- E. Odpowiedź zależy od łącznej masy naszej i roweru.

Poprawną odpowiedzią jest B. Uzasadnieniem jest po prostu dłuższa droga w przypadku mniej stromego podjazdu. Paradoksalnie ten argument nie nawiązuje w ogóle do kwestii oporu powietrza. Można zapytać, „na co” idzie ta większa praca, bo przecież przyrost energii potencjalnej od stromizny nie zależy. *Gros* pracy wkładamy właśnie w pokonanie oporów ruchu, ewentualne zmiany energii kinetycznej są składnikiem bez znaczenia (jeżeli jedziemy ze stałą prędkością, energia kinetyczna w ogóle nie rośnie). Podjeżdżając mniej stromo, jedziemy szybciej i musimy przeciwstawić się większej sile oporu powietrza. A więc i od tej strony dochodzimy do stwierdzenia, że praca nad jej pokonywaniem jest wtedy większa.

A gdyby tak pytać o czas jazdy? Czy wtedy też korzystniej jest stromo i powoli, niż mniej stromo i szybko? Tutaj trudno przewidzieć odpowiedź, należy zrobić jakieś założenia i wykonać rachunek.

Założmy jak poprzednio, że siła tarcia, jaką podłoże napędza rower, ma przy każdym kącie nachylenia α tę samą wartość F . Przyjmijmy, że siła oporu powietrza jest proporcjonalna do kwadratu prędkości v ze współczynnikiem b . Co do

innych oporów, założmy, że nie zależą ani od prędkości, ani od nachylenia szosy, mając stałą wartość T .

Prędkość jazdy przy tym założeniu wyliczamy z równania

$$mg \sin \alpha + b v^2 + T = F,$$

gdzie m – masa roweru i rowerzysty, g – przyspieszenie ziemskie.

Zatem

$$v = \sqrt{\frac{F - T - mg \sin \alpha}{b}}.$$

Przy drodze równej $\frac{h}{\sin \alpha}$ daje to czas jazdy $\frac{h\sqrt{b}}{\sin \alpha \sqrt{F - T - mg \sin \alpha}}$.

Zbadanie tej funkcji jest bardzo łatwe. Kwadrat mianownika jest wielomianem trzeciego stopnia zmiennej $\sin \alpha$, przyjmującym maksimum dla $\sin \alpha = \frac{2(F - T)}{3mg}$.

Pod takim kątem podjedziemy w najkrótszym czasie.

Proszę zauważyć, że kąt ten, przy danych F i T , nie zależy od b . Aby go teraz oszacować, musimy mieć jakieś wyobrażenie o wartościach sił F i T . Stały składnik oporów ruchu T , jak można przeczytać w *Fizyce sportu* K. Ernsta, wynosi dla dobrego roweru zaledwie kilka niutonów i możemy go w dalszym ciągu pominąć. Najtrudniej mi tutaj, muszę przyznać, o sensowne oszacowanie siły F , zwłaszcza że jest zima i niełatwo byłoby zainscenizować jakieś pomiary. Spróbujmy zatem wymyślić coś ot tak, bez wychodzenia z jaskini. Wjeżdżając pod stromą górę, czasem „stajemy na pedałach”. Oznaczałoby to, że siła, jaką działamy na pedały, jest porównywalna z naszym ciężarem. Jednak to nie jest zwykły sposób jazdy przy mniejszych nachyleniach. Co więcej, uśredniona po czasie (ze względu na zmieniający się moment względem osi pedałów), wartość ta musiałaby być dużo mniejsza. Przyjmijmy zatem, że działamy na pedały średnio siłą $\frac{1}{4}mg$ (u nas m oznacza łączną masę rowerzysty i roweru!). To nie jest jeszcze wartość F . Trzeba to pomnożyć przez stosunek długości korby pedałów i promienia koła. W moim rowerze jest to około 1/2. Kolejny czynnik odpowiada przełożeniu łańcucha, czyli stosunkowi liczby zębów tylnej i przedniej zębatki. Przy nie najsilniejszym, ale dość już „mocnym” przełożeniu może to być około 2/3. Ostatecznie $F \approx \frac{1}{12}mg$

i optymalny kąt miałby sinus nie większy od 1/18. Byłoby to około 3 stopni, czyli nachylenie około 6%. To całkiem stromo. W praktyce pokonywanie na dłuższym dystansie takiego nachylenia jest nieludzko męczące, więc zapewne nasz model nie uwzględnia prawidłowo wszystkich istotnych czynników (być może stała moc byłaby właściwszym założeniem niż stała siła). Ale osobiście zdecydowanie wolę stromy podjazd i łagodny zjazd niż odwrotnie.