

KĄCIK ZADAŃ

Odgłosy z jaskini (8) Zjawisko odrzutu

Adam Smólski

I Społeczne LO w Warszawie

Zjawisko odrzutu podczas przygotowywania lwiątkowych zestawów występuje stale i wciąż. Zadania odrzucamy z różnych powodów, najczęściej po negatywnych opiniach recenzentów. Bywa, że wątpliwości powstają już w samym Komitecie Organizacyjnym. Na przykład, co jednych śmieszy, innych zniesmacza. Tak było w zeszłym roku z zadaniem, którego nie mogę odżalować. Brzmiało:

Ziemia krąży wokół Słońca

A. 1 dobę, B. 1 tydzień, C. 1 miesiąc, D. 1 rok, E. ok. 4,5 miliarda lat.

Mnie śmieszyło. Nie wymyśliłem go sam, podpatrzyłem w pewnych „materiałach dydaktycznych”, gdzie nie miało, jak się Państwo domyślają, odpowiedzi E. Wpadało ją dopisać jako poprawną.

Zdarza się także, że zadania nie tyle odrzucamy, co wycofujemy w imię ułatwiania zestawów, choć uczestnicy „Lwiątka” zapewne powiedzą, że marnie nam to ułatwianie wychodzi. Bywa, że jakieś ładne zadanie „spada” z roku na rok, a niekiedy z ciężkim sercem musimy uznać, że jest w ogóle za trudne i do „Lwiątka” nie nada się nigdy. Tak się stało z moim ulubionym zadaniem ze szczególnej teorii względności. Już nie trzeba go utajniać, więc je publikuję. W treści są szczegóły sugerujące, że było szykowane na konkurs w 2008 roku:

Z Ziemi wystrzelono pojazd międzygwiazdny. Dla obserwatora na Ziemi, w chwili, gdy zegar w pojeździe pokazuje godz. 8:00, 31 marca 2008, pojazd jest odległy o 100 mln km i oddala się od Ziemi z prędkością 0,6c. Dla obserwatora w pojeździe, w tej samej chwili (tj. gdy zegar w pojeździe pokazuje godz. 8:00, 31 marca 2008) Ziemia znajduje się w odległości

A. 80 mln km,

B. 100 mln km,

C. 125 mln km,

D. Pytanie jest źle postawione - nie wiadomo, co to znaczy „w tej samej chwili”, bo czas jest względny,

E. Odpowiedź zależy od tego, jaką prędkość pojazd miał wcześniej.

Poprawna jest odpowiedź E, co może być pewnym zaskoczeniem. Warto więc podane odpowiedzi rozważyć dokładniej.

Na pierwszy rzut oka kusząca wydaje się odpowiedź D. Czas, wiadomo, jest względny i rzeczywiście nie byłoby wiadomo, co to znaczy „w tej samej chwili”, gdyby nie to, że w zadaniu wyjaśniono sens tego sformułowania. W tej samej chwili, to znaczy równocześnie z tym samym zdarzeniem w czasoprzestrzeni. Oczywiście w sensie równoczesności względem wybranego układu odniesienia – raz Ziemi, a raz pojazdu. Wybór układu odniesienia jest wyraźnie dokonywany: „dla obserwatora na Ziemi...”, „dla obserwatora w pojeździe”. Zatem nie tu jest pies pogrzebany.

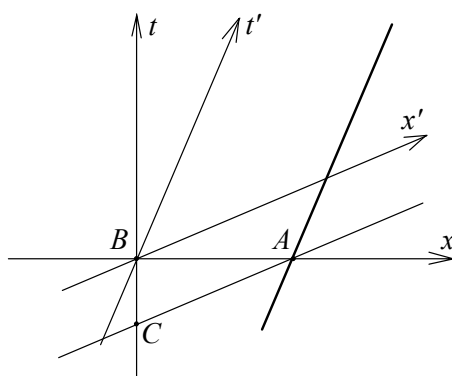
Więc pewnie A lub C. Coś się lorentzowsko skraca, ale co i względem czego? Aby nie korzystać z gotowych wyników, dokonajmy rutynowej analizy przyrostów czasu i odległości w różnych układach odniesienia.

Układy odniesienia Ziemi i pojazdu wyznaczają w czasoprzestrzeni układy współrzędnych odpowiednio (t, x, y, z) i (t', x', y', z') . W standardowy sposób założymy, że ruch pojazdu jest jednostajny prostoliniowy i zachodzi wzdłuż osi x , z równoległą do niej osi x' .

Wyróżnimy następujące zdarzenia A, B, C w czasoprzestrzeni:

- A jest wskazaniem przez zegar w pojeździe godziny 8:00, 31 marca 2008.
- B to ten punkt na linii świata Ziemi, który ziemski obserwator uznaje za równoczesny – w jego układzie odniesienia – ze zdarzeniem A .
- C natomiast to ten punkt na linii świata Ziemi, który obserwator w pojeździe uznaje za równoczesny – w jego układzie odniesienia – ze zdarzeniem A .

Zdarzenia B i A mają więc jednakową współrzędną czasową w układzie ziemskim (nieprimowanym), podczas gdy C i A mają tę samą współrzędną czasową w układzie pojazdu. Mamy dane $x_A - x_B = 100$ mln km, a pytamy o $x'_A - x'_C$. Pamiętajmy: odległość dwu punktów w każdym układzie odniesienia jest określona przez porównanie położenia tych punktów **równoczesnych w tym właśnie układzie odniesienia**.



Umieścimy początek obu układów w zdarzeniu B . Pogrubiona, nachylona linia prosta to linia światła pojazdu. Zatem: $x_A = 100$ mln km, $x_B = x_C = 0$, $t_A = t_B = 0$, $t'_A = t'_C$. Zachodzi transformacja Lorentza $x' = \gamma(x - vt)$, $t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$. U nas

$$v = 0,6c, \text{ więc } \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1,25.$$

$$\text{Warunek } t'_A = t'_C \text{ daje } t_C - \frac{vx_C}{c^2} = t_A - \frac{vx_A}{c^2}, \text{ czyli } t_C = -\frac{vx_A}{c^2}.$$

Dalej

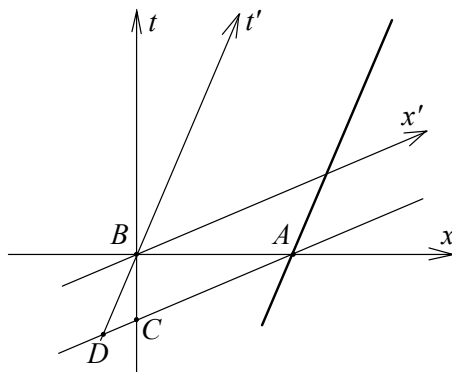
$$\begin{aligned} x'_A - x'_C &= \gamma(x_A - vt_A - x_C + vt_C) = \gamma(x_A + vt_C) = \gamma\left(x_A - v\frac{vx_A}{c^2}\right) = \gamma x_A \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \\ &= \frac{x_A}{\gamma} = 80 \text{ mln km.} \end{aligned}$$

Jeszcze szybciej ten wynik otrzymamy, powołując się na odwrotną transformację Lorentza: $x = \gamma(x' + vt')$. Ponieważ $t'_A = t'_C$, więc $x_A - x_C = \gamma(x'_A - x'_C)$.

Zatem odpowiedź A, jak na razie. Lorentzowsko skracają się, dla obserwatora w pojeździe, odległość między kosmicznymi słupami kilometrowymi, z których zerowy jest na Ziemi, a stumilionowy właśnie mignął za oknem.

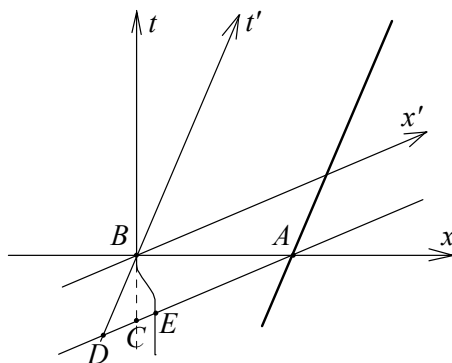
Jak to z STW bywa, łatwo doznać zamętu w głowie i kombinować dokładnie odwrotnie: przecież to pojazd się porusza, zatem to odległość do niego, obserwowana z Ziemi, ulega skróceniu. 100 mln po skróceniu to 125 mln przed skróceniem.

Czemu to jest źle? Bo skracają się 125-milionowo-kilometrowy sznurek, który nasz pojazd ciągnąłby za sobą i którego koniec minąłby Ziemię w chwili i miejscu zdarzenia B . Tylko, że w układzie pojazdu owe 125 mln km byłoby odległością nie między A i C , ale między A i D na rysunku poniżej:



Pozostawiamy czytelnikowi sprawdzenie, że istotnie $x'_A - x'_D = \gamma x_A = 125$ mln km.

Jak powiedzieliśmy na wstępie, odpowiedź A nie jest jednak poprawna. Ustalając swą odległość od Ziemi w chwili t'_A , obserwator w pojeździe mierzy odległość do zdarzenia (nazwijmy je E) należącego już na Ziemi do przeszłości – w stosunku do chwili $t = 0$, w której Ziemianie stwierdzają, że prędkość pojazdu wynosi $0,6c$. Zatem 80 mln km to odległość do punktu C w czasoprzestrzeni, w którym Ziemi mogło wtedy wcale nie być – jeśli jej wcześniejszy ruch względem pojazdu nie był jednostajny. A w zadaniu nie założono, że prędkość pojazdu jest stała. Stąd odpowiedź E:



PS. W mojej dyskusji ze znajomymi omawiane zadanie wzbudziło pewne emocje, a zaproponowane rozwiązanie nawet protesty. Poddaję je zatem pod dyskusję szanownych Czytelników i chętnie dam się przekonać, jeśli pobydzę. Przypomina mi się w tym momencie zadanie o kole rowerowym z drugiego odcinka „Odgłosów” (*Foton* 94). Wtedy też były protesty, a nawet redakcja ostrożnie dystansowała się od pomysłu. A jednak zadanie było w porządku.

Dr Adam Smólski, nauczyciel fizyki i matematyki; w latach 2000–2006 redaktor *Fizyki w Szkole*. Wprowadził do Polski konkurs „Lwiątko”.



Fot. Z.G-M